

Partie à dominante physique

Lidar atmosphérique

Les différentes parties de cette composition sont indépendantes. Il est cependant conseillé de les traiter dans l'ordre afin d'être en capacité de répondre de façon complète et éclairée à toutes les questions. Lorsque les résultats intermédiaires sont donnés, il est possible de les utiliser pour les questions suivantes, même si on ne les a pas établis.

La copie doit être lisible, l'identification de la question traitée doit être évidente. Les réponses aux questions et les explications proposées peuvent être succinctes du moment qu'elles sont exhaustives et rédigées dans un français correct. La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le **lidar** est un acronyme pour **light detection and ranging** : il désigne l'équivalent optique du radar. Il s'agit d'une technique active de mesure de propriétés physiques à distance, par opposition aux techniques passives de télédétection d'une source de rayonnement naturel. Un lidar comporte donc toujours un émetteur et un récepteur.

La première utilisation d'un lidar date de 1962. Le lidar est couramment utilisé dans de nombreux domaines : topographie et altimétrie, géosciences, sciences de l'environnement, archéologie, régulation du trafic et guidage de véhicules, défense, etc. En particulier, il constitue un outil incontournable pour effectuer des mesures dans l'atmosphère : concentration de polluants, coefficient d'absorption des nuages ou vitesse du vent.

Après une présentation générale du fonctionnement d'un lidar atmosphérique, l'objectif de cette composition est d'étudier le principe de la mesure de la concentration d'ozone dans l'atmosphère à l'aide de la technique **DIAL** (**D**ifferential **A**bsorption **L**idar ou lidar à absorption différentielle). Cette technique s'est développée dans les années 1980 sous l'impulsion de Gérard Mégie (1946-2004). Elle permet d'établir le profil de concentration d'ozone en fonction de l'altitude. Différentes campagnes de mesures ont établi qu'il existe deux couches principales d'ozone dans l'atmosphère terrestre (figure 1) : la couche d'ozone stratosphérique qui protège d'une grande partie des rayonnements UV du Soleil et la couche d'ozone troposphérique. L'ozone présent dans la basse troposphère est un traceur de pollution d'origine humaine (ozone anthropogénique). Sa détection avec un lidar DIAL permet d'étudier certains mécanismes de création, de diffusion et d'évolution de la pollution.

Le lidar atmosphérique est constitué d'une source de lumière (dans le domaine visible ou proche du visible) de longueur d'onde λ et d'un télescope, placé à côté, qui détecte la lumière rétrodiffusée par des particules atmosphériques (fumée, nuage, molécules diverses, etc. ; voir figure 2). Sauf indication contraire, on admet que la propagation de la lumière s'effectue dans l'atmosphère dont l'indice de réfraction est voisin de 1.

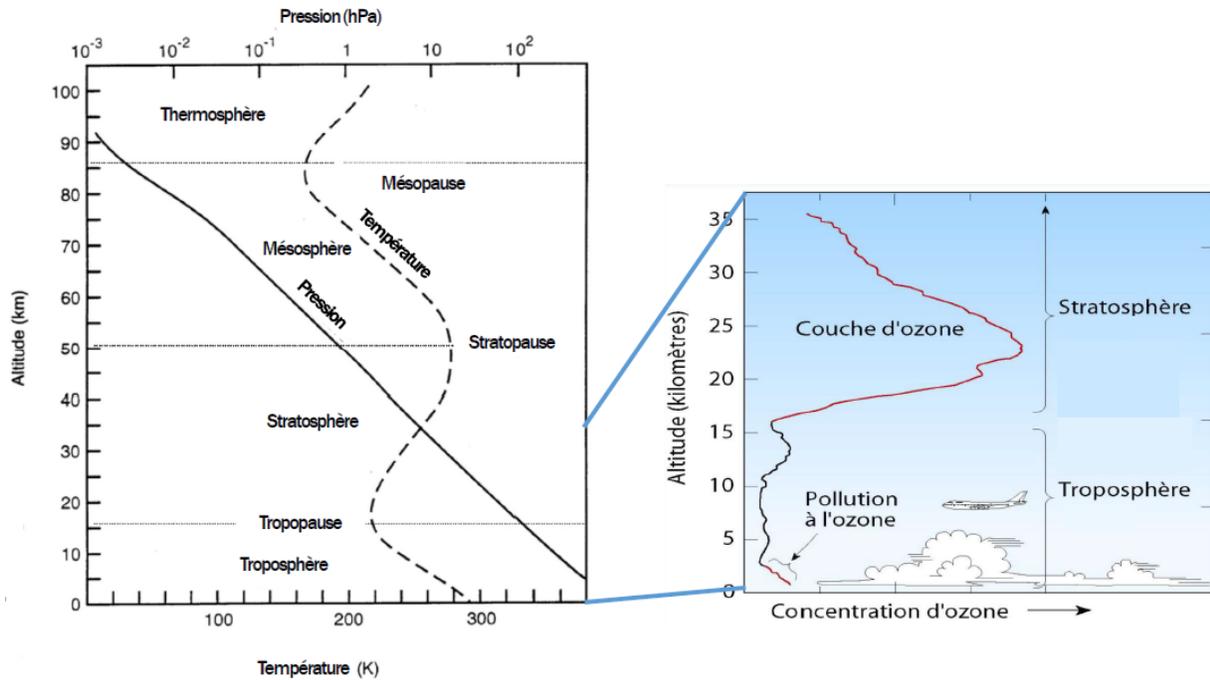


FIGURE 1 – Structure de l’atmosphère et de la couche d’ozone. (Sources : d’après B. J. Finlayson-Pitts et J. N. Pitts Jr, 1999, « Chemistry of the upper and lower atmosphere » et d’après M. I. Hegglin *et al.*, 2014, « Twenty Questions and Answers About the Ozone Layer ».)

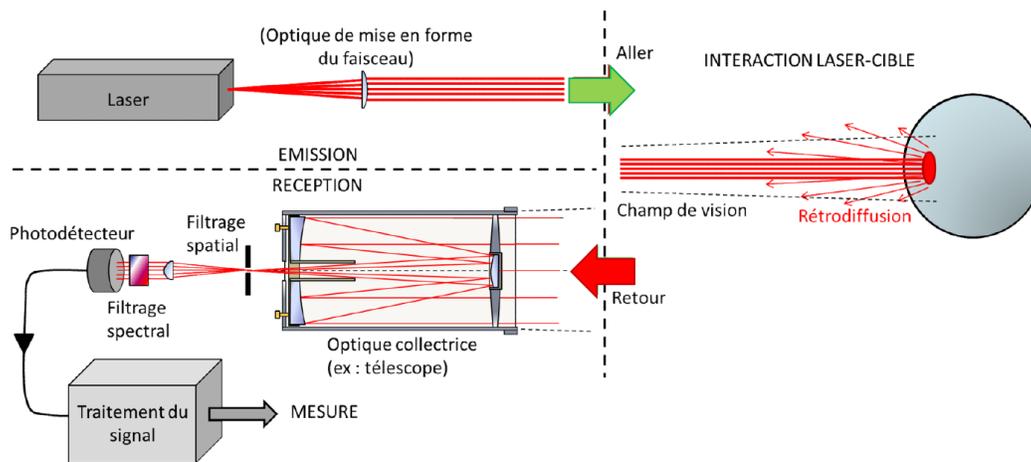


FIGURE 2 – Principe de fonctionnement d’un lidar atmosphérique. La lumière émise par le laser est représentée par une flèche verte tandis que la lumière rétrodiffusée par l’atmosphère est représentée par une flèche rouge (Source : d’après Kilohn Limahn - Wikipédia).

La source de lumière est constituée d’un laser qui émet de manière périodique une impulsion lumineuse sous la forme d’un créneau de longueur d’onde λ , de durée τ et d’énergie W_0 . On appelle f_c la fréquence ou cadence d’émission des impulsions. La lumière rétrodiffusée est

collectée par un télescope et transformée en signal électrique par un photodétecteur. Chaque point de mesure est obtenu en intégrant ce signal pendant une durée τ_m . La séquence de mesure du lidar est représentée dans la figure 3 dans le cas où $\frac{1}{f_c} > \tau_m > \tau$.

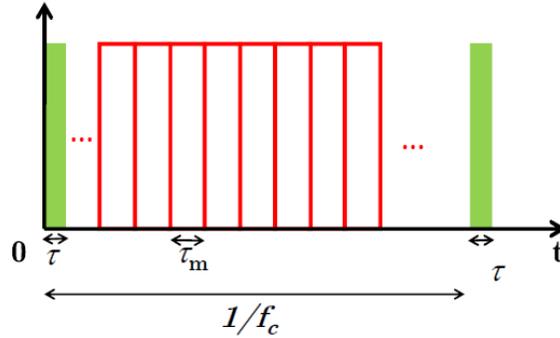


FIGURE 3 – Séquence de mesure du lidar. La lumière émise par le laser est représentée en vert tandis que les fenêtres d'intégration du détecteur sont en rouge.

L'axe Oz est choisi suivant la verticale, le sol étant situé à $z = 0$ et z croissant avec l'altitude. On définit $S(\lambda, z)$ la puissance du signal mesurée par le lidar à la longueur d'onde λ provenant de la tranche d'atmosphère sondée, d'épaisseur Δz , à l'altitude z . Ce signal dépend de la puissance $S_0(\lambda)$ émise par le lidar. L'équation reliant ces deux quantités est appelée « équation lidar ». Elle s'écrit

$$S(\lambda, z) = \eta S_0(\lambda) \Delta z \Omega(z) G(z) \beta(\lambda, z) Q_{\text{tot}}(\lambda, z)$$

où $\Omega(z)$ est l'angle solide (en sr) sous lequel est observé le télescope à l'altitude z , Q_{tot} le coefficient d'extinction du signal au travers de l'atmosphère (sans dimension), β le coefficient de rétrodiffusion (en $\text{m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$), G un coefficient géométrique sans dimension et η l'efficacité globale de l'instrument (sans dimension). Après retrait de l'émission du fond de ciel et des autres émissions parasites, le signal mesuré a généralement l'allure donnée en figure 4.

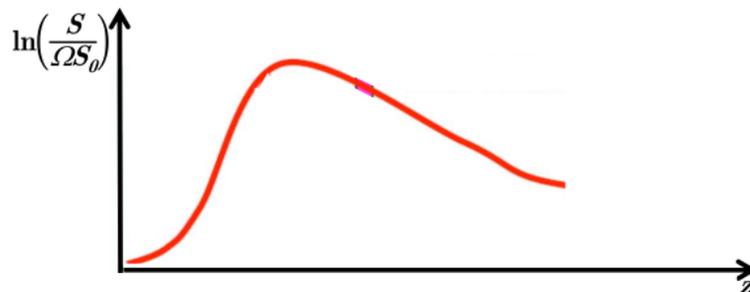


FIGURE 4 – Courbe caractéristique d'une mesure lidar en fonction de l'altitude, après retrait du signal issu du fond de ciel.

Les données numériques sont rassemblées dans la table ci-dessous. On rappelle que les conditions normales de température et de pression correspondent à une température de $0^\circ\text{C} = 273,15\text{ K}$ et à une pression d'une atmosphère, soit $101\,325\text{ Pa}$.

ϵ_0	$8,854 \times 10^{-12}\text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$	permittivité du vide
c	$2,998 \times 10^8\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	célérité de la lumière
k_B	$1,381 \times 10^{-23}\text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$	constante de Boltzmann
e	$1,602 \times 10^{-19}\text{ C}$	unité de charge élémentaire
N_A	$6,022 \times 10^{23}\text{ mol}^{-1}$	nombre d'Avogadro
R	$8,314\text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	constante des gaz parfaits
h	$6,626 \times 10^{-34}\text{ J} \cdot \text{Hz}^{-1}$	constante de Planck

I Lidar impulsif

1. La source lumineuse est constituée d'un laser. Donner trois caractéristiques des lasers justifiant leur utilisation dans un lidar.

Solution: - directivité
 - monochromaticité
 - variété du choix de la longueur d'onde en fonction des caractéristiques recherchées
 - possibilité de créer des impulsions courtes
 - puissance

On considère un lidar atmosphérique aligné suivant l'axe Oz pointant vers le zénith et placé à $z = 0$. Ce lidar recueille la lumière rétrodiffusée par l'atmosphère.

2. Pour cette question, on suppose que le laser envoie une impulsion lumineuse infiniment fine à l'instant $t = 0$ et on étudie le signal reçu par le photorécepteur à l'instant $t = t_{\text{obs}}$. Déterminer l'expression de la distance ℓ parcourue par la lumière entre $t = 0$ et $t = t_{\text{obs}}$. En déduire l'expression de l'altitude z_{obs} d'où provient le signal détecté à $t = t_{\text{obs}}$.

Solution: $\ell = ct_{\text{obs}}$
 $z_{\text{obs}} = \ell/2 = ct_{\text{obs}}/2$

En pratique, l'impulsion lumineuse a une durée τ et est émise à une cadence f_c . Le signal rétrodiffusé est intégré de manière cyclique, sans temps d'attente, sur une durée τ_m .

3. On se place dans le cas décrit figure 3, c'est-à-dire $f_c^{-1} > \tau_m > \tau$. Montrer que l'altitude maximale Z_{max} que le lidar peut sonder pour une fréquence f_c donnée est $Z_{\text{max}} = c/(2f_c)$.

Solution: $\frac{1}{f_c}$ doit être supérieur à τ et à τ_m .
 $Z_{\text{max}} = \frac{c}{2f_c}$

4. On suppose que $\tau_m \gg \tau$. Donner l'expression de l'épaisseur ΔZ_{\max} de la tranche d'atmosphère qui, autour de l'altitude Z_{\max} , participe au signal intégré durant la durée τ_m .

Solution:

$$\Delta Z_{\max} = c\tau_m/2$$

L'hypothèse $\tau_m \gg \tau$ correspond au cas usuel où l'impulsion laser est plus fine que le temps d'intégration du détecteur. Le temps d'intégration impose la précision $\Delta z = c\tau_m/2$.

5. Reprendre la question précédente dans le cas où $\tau_m \ll \tau$.

Solution:

Le cas inverse correspond au cas où la largeur de l'impulsion impose la précision de la mesure, on a alors

$$\Delta Z_{\max} = c\tau/2$$

Pour étudier la haute atmosphère, on utilise un laser dont le faisceau diverge avec un angle $\chi_L \simeq 10^{-4}$ rad par rapport à la ligne de visée verticale. Ce laser émet des impulsions d'énergie $W_0 = 360$ mJ avec $f_c = 0,33 \times 10^4$ Hz, $\tau_m = 150$ ns et $\tau = 13$ ns. On suppose que l'on veut analyser un volume d'atmosphère à l'altitude maximale accessible Z_{\max} .

6. Déterminer le rayon $R(Z_{\max})$ du faisceau lumineux au niveau du volume d'atmosphère analysé sachant que le faisceau lumineux présente un diamètre $D_L = 20$ cm après élargissement à la sortie du laser. Applications numériques : calculer Z_{\max} et $R(Z_{\max})$.

Solution: $Z_{\max} = 45$ km

$$R(Z_{\max}) = \frac{D_L}{2} + \chi_L \frac{c}{2f_c}$$

$$R(Z_{\max}) = 10 \text{ cm} + 4,5 \text{ m} \simeq \chi_L \frac{c}{2f_c} = 4,5 \text{ m}$$

7. Déterminer le volume $V(Z_{\max})$ d'atmosphère analysée par le lidar autour de l'altitude Z_{\max} . Applications numériques : calculer ΔZ_{\max} et $V(Z_{\max})$.

Solution: $\Delta Z_{\max} = 22,5$ m

Le volume analysé est $V(Z_{\max}) = \pi R(Z_{\max})^2 \Delta Z_{\max} \simeq \pi \left(\chi \frac{cT}{2} \right)^2 \Delta Z_{\max}$

$$V(Z_{\max}) = 1430 \text{ m}^3$$

8. En supposant l'atmosphère parfaitement transparente, déterminer l'intensité lumineuse moyenne I , définie comme la puissance lumineuse moyenne par unité de surface du faisceau, au niveau du volume d'atmosphère analysée à l'altitude Z_{\max} . Application numérique (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$).

$$\text{Solution: } I = \frac{W_0}{\tau \pi R (Z_{\max})^2}$$
$$I = 435 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$$

II Rétrodiffusion

Une partie de la puissance lumineuse reçue par les particules de l'atmosphère dans le volume $V(z)$ est rétrodiffusée vers le télescope. Suivant les constituants de l'atmosphère étudiés, différents mécanismes de diffusion peuvent être considérés. Dans la littérature, il est mentionné que les molécules (dont l'ozone) et les atomes des gaz de l'atmosphère induisent une diffusion de Rayleigh tandis que la diffusion de Mie est associée aux aérosols, gouttes et cristaux présents dans l'atmosphère.

II - A Diffusion de Rayleigh

Dans la suite du problème, on ne prendra en considération pour la rétrodiffusion que les composants de l'atmosphère induisant une diffusion de Rayleigh.

Un champ électrique \vec{E}_ϕ est appliqué sur un atome (ou une molécule) à deux niveaux $|f\rangle$ (niveau fondamental) et $|e\rangle$ (niveau excité).

On suppose que le champ électrique est celui d'une onde électromagnétique de pulsation ω polarisée suivant l'axe Oz d'un repère orthonormé, de vecteur unitaire \vec{e}_z

$$\vec{E}_\phi = (0, 0, E_0 \sin(\omega t)) \text{ avec } E_0 \text{ réel, positif.}$$

Le champ électrique \vec{E}_ϕ induit sur l'atome (ou la molécule) un moment dipolaire électrique \vec{d}_ϕ . Le moment dipolaire s'écrit alors

$$\begin{aligned} (\vec{d}_\phi)_x = (\vec{d}_\phi)_y = 0 \text{ et } (\vec{d}_\phi)_z = \alpha \times E_0 \sin(\omega t - \psi) \\ \text{avec } \alpha = \frac{|D_{fe}|^2}{\hbar \sqrt{(\omega_0 - \omega)^2 + K^2}} \text{ et } \tan \psi = \frac{K}{\omega_0 - \omega} . \end{aligned}$$

où ω_0 est définie par la relation $\omega_0 = (\mathcal{E}_e - \mathcal{E}_f) / \hbar$ sachant que $\mathcal{E}_e - \mathcal{E}_f$ est la différence entre les énergies associées aux états $|e\rangle$ et $|f\rangle$.

9. Définir la quantité physique α . Donner sa dimension et son unité dans le Système international.

Solution: α est la polarisabilité de l'atome ou de la molécule. La dimension est $M^{-1} \cdot T^4 \cdot I^2$. L'unité est $\text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{A}^2$ ou $\text{C}^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{J}^{-1}$ ou $\text{J} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-2}$ ou $\text{C} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1}$.

10. Expliquer à quel phénomène physique correspond la relation entre α et la pulsation ω en précisant la signification des quantités $|D_{fe}|$ et K .

Solution:

La forme de la relation entre α et la pulsation ω correspond à un phénomène de résonance avec un temps de relaxation $\frac{1}{K}$. Il s'agit de l'absorption d'un photon par l'atome à deux niveaux lorsque ω est proche de ω_0 .

$|D_{fe}|$ est la norme de la composante de l'opérateur moment dipolaire qui couple les deux états $|f\rangle$ et $|e\rangle$.

Pour la suite du problème, on se place dans l'approximation $\omega \ll \omega_0$ et $K \ll \omega_0$. On a alors

$$\alpha = \frac{|D_{fe}|^2}{\hbar\omega_0} \quad \text{et} \quad \tan \psi = 0 .$$

De plus, on choisit de se placer dans le domaine de validité de l'approximation dipolaire. Les équations de Maxwell permettent alors d'obtenir le champ rayonné loin du dipôle (pour $r \gg \lambda$). Le champ rayonné par le dipôle se présente sous la forme d'une onde localement plane dont les champs électrique et magnétique en \vec{r} sont

$$\vec{E}_D(t, \vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{1}{r} \left(\frac{d^2 \vec{d}_\phi}{dt^2} \wedge \vec{e}_r \right) \wedge \vec{e}_r \quad \text{et} \quad \vec{B}_D(t, \vec{r}) = \frac{1}{c} \vec{e}_r \wedge \vec{E}_D(t, \vec{r})$$

Le dipôle est placé à l'origine (figure 5) et on définit $r = \|\vec{r}\|$ et $\vec{e}_r = \vec{r}/r$.

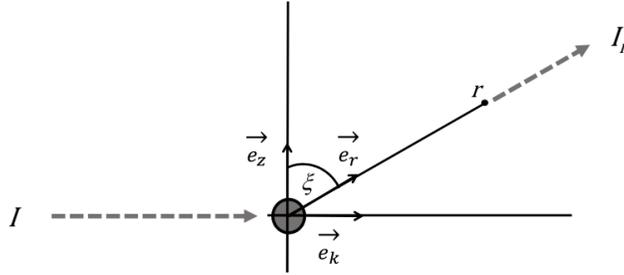


FIGURE 5 – Diffusion d'une onde par un dipôle.

L'onde émise par le dipôle est l'onde diffusée par le centre diffuseur constitué par l'atome. On appelle I l'intensité lumineuse moyenne, définie comme la puissance lumineuse moyenne par unité de surface, qui arrive sur le centre diffuseur.

11. On appelle u la densité d'énergie électromagnétique qui arrive sur le centre diffuseur. Donner la relation entre u et I . En déduire l'expression de I en fonction de E_0 , c et ϵ_0 .

Solution: $u = \frac{\epsilon_0}{2} E_0^2$ et $I = cu = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2$

En \vec{r} , l'amplitude du champ électrique diffusé est E_D . On rappelle que l'axe Oz définit la polarisation de l'onde incidente. Le vecteur unitaire \vec{e}_k donne la direction de propagation (figure 5). On note ξ l'angle entre le vecteur \vec{e}_r et le vecteur \vec{e}_z . Le vecteur \vec{e}_r n'est pas nécessairement dans le plan (\vec{e}_z, \vec{e}_k) .

12. Exprimer $|E_D|^2$ en fonction de ω , α , I , r , ξ et de constantes.

Solution:

$\vec{E}_D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{1}{r} \left(\frac{d^2 \vec{d}_\phi}{dt^2} \wedge \vec{e}_r \right) \wedge \vec{e}_r$. Les vecteurs \vec{e}_r et $\left(\frac{d^2 \vec{d}_\phi}{dt^2} \wedge \vec{e}_r \right)$ sont orthogonaux.

On en déduit

$$\vec{E}_D^2 = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{1}{r} \right)^2 \left\| \frac{d^2 \vec{d}_\phi}{dt^2} \right\|^2 \sin^2 \xi \quad \text{avec} \quad \left\| \frac{d^2 \vec{d}_\phi}{dt^2} \right\|^2 = (\omega^2 \alpha E_0 \sin(\omega t))^2.$$

L'amplitude E_D^2 est donc

$$E_D^2 = \left(\frac{\omega^2}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\alpha}{r} \right)^2 E_0^2 = \frac{\omega^4 \alpha^2}{8\pi^2 \epsilon_0^3 c^5} \times \frac{I \sin^2 \xi}{r^2}$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{|D_{fe}|^2}{\hbar \omega_0}$$

13. Déterminer la densité d'énergie électromagnétique u_D en \vec{r} . En déduire l'intensité lumineuse moyenne I_r diffusée dans la direction \vec{e}_r ainsi que la puissance moyenne dP diffusée dans l'angle solide $d\Omega$.

Solution: $u_D = \frac{\epsilon_0}{2} E_D^2 = \frac{\omega^4 \alpha^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 c^5} \times \frac{I \sin^2 \xi}{r^2}$

$$\text{et } I_r = c u_D = \frac{\omega^4 \alpha^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 c^4} \times \frac{I \sin^2 \xi}{r^2}$$

La puissance dP diffusée dans l'angle solide $d\Omega$ est la puissance qui traverse la portion de sphère d'aire $r^2 d\Omega$, centrée sur le centre diffuseur.

On en déduit $dP = I_r r^2 d\Omega$

$$dP = \frac{\omega^4 \alpha^2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 c^4} \times I \sin^2 \xi \times d\Omega$$

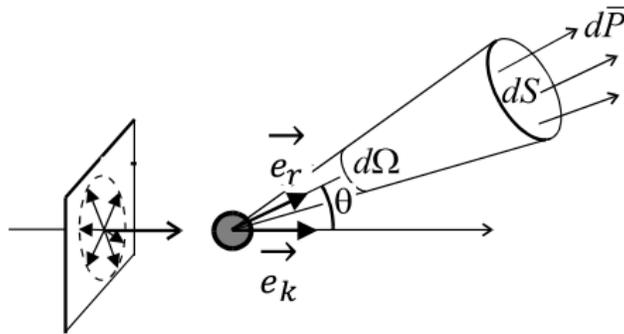


FIGURE 6 – Cas où l'onde n'est pas polarisée

Dans la suite, on suppose que l'onde incidente n'est pas polarisée (figure 6). On définit un repère orthonormé $(\vec{e}_x, \vec{e}_k, \vec{e}_z)$. Le vecteur \vec{e}_r forme un angle ξ avec le vecteur \vec{e}_z , un angle θ avec le vecteur \vec{e}_k et un angle ζ avec le vecteur \vec{e}_x . Ces trois angles sont reliés par l'équation mathématique

$$\cos^2 \xi + \cos^2 \theta + \cos^2 \zeta = 1$$

14. Justifier qu'il convient de remplacer dP par une valeur moyenne $d\bar{P}$ en fonction d'une variable que l'on précisera. A partir d'arguments de symétrie sur certains axes du repère orthonormé, montrer que

$$d\bar{P} = \frac{\omega^4 \alpha^2}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 c^4} \times I \times (1 + \cos^2 \theta) \times d\Omega$$

Solution: La polarisation de l'onde incidente est donc aléatoire. Toutes les directions orthogonales à la direction de propagation sont équiprobables, par conséquent, il convient de remplacer dP par sa moyenne $d\bar{P}$, prise sur toutes ces orientations.

Une onde lumineuse non polarisée est équivalente à la superposition de deux ondes polarisées linéairement (polarisations orthogonales entre elles), de même intensité et dont les phases sont indépendantes. L'intensité de l'onde diffusée est donc la somme de deux termes de la forme de l'intensité obtenue à la question précédente, chaque terme représente la diffusion par une onde d'une intensité moitié de l'intensité de l'onde incidente. La relation mathématique des cosinus directeur donne le résultat final directement.

On obtient alors $d\bar{P}$

$$d\bar{P} = \frac{\omega^4 \alpha^2}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 c^4} \times I \times (1 + \cos^2 \theta) \times d\Omega$$

15. Afin de décrire la répartition angulaire de l'intensité diffusée, on définit la section efficace différentielle de diffusion dans la direction \vec{e}_r par l'égalité

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\bar{P}}{I d\Omega}$$

Donner l'expression de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ en fonction de θ , ω , $|D_{fe}|$, ω_0 , ainsi que de constantes.

$$\text{Solution: } \frac{d\bar{P}}{I d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|D_{fe}|^4}{32\pi^2 \hbar^2 \varepsilon_0^2 c^4} \times \frac{\omega^4}{\omega_0^2} (1 + \cos^2 \theta)$$

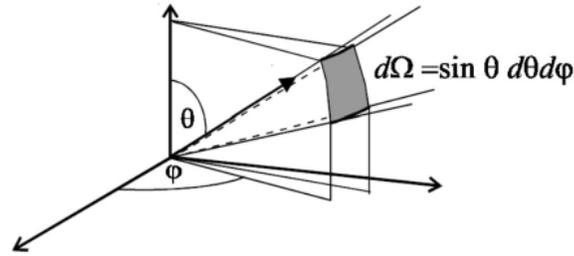
16. On pose $\sigma_R = \iint \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$ où l'intégrale porte sur toutes les directions de l'espace. Cette aire est appelée section efficace totale de diffusion. Calculer σ_R en fonction de ω , $|D_{fe}|$, ω_0 , ainsi que de constantes.

Solution: En intégrant, on additionne les sections efficaces infinitésimales correspondant à toutes les directions de diffusion, pour des angles solides infinitésimaux dont la somme est 4π (l'ensemble des directions de l'espace). La puissance incidente qui arrive sur σ_R est donc égale à la puissance rayonnée dans toutes les directions.

$I\sigma_R = \iint I \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \iint I \frac{d\bar{P}}{I d\Omega} d\Omega = \iint \frac{d\bar{P}}{d\Omega} d\Omega = \bar{P}$. La puissance incidente, $I\sigma_R$, qui tombe normalement sur une surface d'aire σ_R est égale à la puissance totale, \bar{P} , diffusée dans toutes les directions.

$$\iint (1 + \cos^2 \theta) d\Omega = \iint (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta d\varphi = 2\pi \int_0^\pi (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta = \frac{16\pi}{3}$$

(voir la figure ci-dessous)



On a donc

$$\sigma_R = \frac{|D_{fe}|^4}{6\pi\hbar^2\epsilon_0^2c^4} \times \frac{\omega^4}{\omega_0^2}$$

17. Montrer que la diffusion Rayleigh explique la couleur du ciel dans la direction du Soleil à son lever et à son coucher, ainsi que le bleu du ciel quand on ne regarde pas dans la direction du Soleil.

Solution: Au coucher et au lever, du Soleil les rayons traversent une épaisseur plus grande d'atmosphère (en particulier les basses couches). La diffusion Rayleigh élimine du faisceau principal les radiations de petites longueurs d'onde (c'est à dire les radiations bleues pour lesquelles σ_{tot} est maximal ; les radiations rouges sont beaucoup moins diffusées). Le Soleil semble plus rouge qu'à midi.

S'il n'y avait pas d'atmosphère, le ciel serait noir dans la direction différente de celle du Soleil. Ce sont les molécules de l'atmosphère qui diffusent la lumière que l'on perçoit. Suivant la formule de Rayleigh, cette diffusion privilégie les petites longueurs d'onde : le ciel semble donc bleu.

II - B Cas du lidar

On utilise le lidar atmosphérique décrit dans la première partie de la composition. Le lidar analyse une tranche Δz d'atmosphère à l'altitude z , sondant ainsi un volume $V(z)$ de l'atmosphère. Le rayon du faisceau laser à l'altitude z s'écrit alors $R(z)$.

On considère que l'atmosphère étudiée est composée uniquement des molécules de gaz majoritaires associées à la diffusion Rayleigh. On définit $n_{diff}(z)$ le nombre de centres diffuseurs par unité de volume, appelé aussi concentration en nombre de centres diffuseurs, de l'atmosphère à l'altitude z .

18. On note $\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\theta=\pi}$ la section efficace différentielle de rétrodiffusion. Donner l'expression de la puissance moyenne rétrodiffusée dP_r dans l'angle solide $d\Omega$ par l'ensemble des centres diffuseurs du volume $V(z)$ en fonction de W_0 , τ , Δz , $n_{diff}(z)$, $d\Omega$ et $\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\theta=\pi}$.

Solution: La puissance moyenne rétrodiffusée par chaque centre diffuseur

$$d\bar{P} = I \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\theta=\pi} \times d\Omega$$

$$d\bar{P} = \frac{W_0/\tau}{\pi R(z)^2} \times \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\theta=\pi} \times d\Omega$$

L'ensemble des $n_{\text{diff}}V(z)$ centres diffuseurs rétrodiffusent la puissance moyenne totale

$$dP_r = d\bar{P} \times n_{\text{diff}}V(z)$$

$$dP_r = \frac{W_0/\tau}{\pi R(z)^2} \times \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\theta=\pi} \times d\Omega \times n_{\text{diff}} \times \pi R(z)^2 \times \Delta z$$

$$dP_r = \frac{W_0}{\tau} \times n_{\text{diff}} \times \Delta z \times \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\theta=\pi} \times d\Omega$$

19. En déduire l'expression du coefficient de rétrodiffusion $\beta(\lambda, z)$, qui intervient dans l'équation lidar donnée en début de composition, en fonction $n_{\text{diff}}(z)$ et $\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\theta=\pi}$.

Solution: $\beta(\lambda, z) = n_{\text{diff}}(z) \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\theta=\pi}$.

Le signal de retour est observé par un télescope dont le diamètre est $D_T = 40$ cm.

20. Donner l'expression de l'angle solide $\Delta\Omega$ sous lequel est vu le télescope depuis les centres diffuseurs. Application numérique avec $z = Z_{\text{max}}$. Commenter.

Solution: $\Delta\Omega = \frac{\pi D_T^2}{4 Z_{\text{max}}^2} = 6,2 \times 10^{-11}$ sr

Cette quantité est très faible. La formulation différentielle de la rétrodiffusion est donc une bonne approximation.

21. On utilise le laser impulsionnel dont les valeurs caractéristiques sont données dans la partie I de la composition. Estimer le nombre de photons $N_{\text{ph}}(0)$ initialement envoyés par le laser pour une impulsion, puis le nombre de photons $N_{\text{ph}}(z)$ récoltés par le télescope pour une impulsion en fonction de l'altitude z concernée.

Application numérique pour $z = Z_{\text{max}}$, $\Delta z = \Delta Z_{\text{max}}$, $\omega \simeq 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$

et $n_{\text{diff}}(Z_{\text{max}}) \times \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\theta=\pi} \sim 10^{-6} \text{ m}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$. Commenter le résultat obtenu.

Solution: $N_{\text{ph}}(0) = \frac{W_0}{\hbar\omega} = 1,138 \times 10^{18}$

$$N_{\text{ph}}(z) = \frac{W_0}{\hbar\omega} \times \Delta Z_{\text{max}} \times \Delta\Omega \times n_{\text{diff}}(z) \times \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{\theta=\pi}$$

On trouve $N_{\text{ph}}(Z_{\text{max}}) \simeq 1600$. C'est très faible. En plus, le calcul a été fait en négligeant l'affaiblissement dû à la propagation dans l'atmosphère.

III Atténuation de l'intensité du laser lors de la traversée de l'atmosphère

Dans les parties précédentes, l'atténuation due à l'atmosphère n'a pas été prise en compte. L'atmosphère est composée de plusieurs éléments pouvant perturber la propagation du faisceau laser : diffusion Rayleigh par des atomes et des molécules de gaz, diffusion de Mie par des aérosols, absorption par des composés minoritaires. Ces effets peuvent s'additionner et constituer ainsi le coefficient d'extinction de l'atmosphère $a_{\text{atm}}(\lambda, z)$ qui dépend de la longueur d'onde λ et de l'altitude z

$$a_{\text{atm}}(\lambda, z) = a_{\text{diff}}(\lambda, z) + a_{\text{abs}}(\lambda, z)$$

où $a_{\text{diff}}(\lambda, z)$ est le coefficient rassemblant les phénomènes de diffusion induits par les composants atmosphériques et $a_{\text{abs}}(\lambda, z)$ est celui traduisant l'absorption atmosphérique. On suppose que la section efficace d'un élément diffuseur ou absorbant donné ne dépend que de la longueur d'onde λ du rayonnement. Comme pour la rétrodiffusion, on ne prendra pas en considération le phénomène de diffusion de Mie dans la suite de la composition.

Ainsi, pour une atmosphère composée d'éléments diffuseurs de section efficace $\sigma_i^{\text{diff}}(\lambda)$ et de concentration en éléments diffuseurs $n_i(z)$ et d'éléments absorbants de section efficace $\sigma_j^{\text{abs}}(\lambda)$ et de concentration en éléments absorbants $n_j(z)$, le coefficient d'extinction s'écrit

$$a_{\text{atm}}(\lambda, z) = \sum_i n_i(z) \sigma_i^{\text{diff}}(\lambda) + \sum_j n_j(z) \sigma_j^{\text{abs}}(\lambda)$$

Le rayonnement est émis par le laser orienté verticalement dans l'atmosphère. On définit la distribution spectrale du flux émis par le laser $\phi(\lambda, z)$, en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \mu\text{m}^{-1}$, à l'altitude z et pour la longueur d'onde λ .

III - A Epaisseur optique

22. Pendant la propagation dans l'atmosphère, le flux spectral du faisceau laser $\phi(\lambda, z)$ diminue. Donner la relation liant la dérivée $\frac{d\phi(\lambda, z)}{dz}$ au coefficient d'extinction $a_{\text{atm}}(\lambda, z)$ en prenant en compte la diffusion moléculaire et l'absorption par les composants minoritaires pour la longueur d'onde λ à l'altitude z .

Solution: $\frac{d\phi(\lambda, z)}{dz} = -a_{\text{atm}}(\lambda, z) \phi(\lambda, z)$

23. On définit l'épaisseur optique $\kappa(\lambda, z)$ par la relation

$$\kappa(\lambda, z) = \int_0^z a_{\text{atm}}(\lambda, z') dz'$$

Exprimer, sous une forme intégrale, l'épaisseur optique de l'atmosphère $\kappa(\lambda, z)$ entre le sol et l'altitude z en fonction des sections efficaces et des concentrations des différents composants de l'atmosphère.

Solution:

$$\kappa(\lambda, z) = \int_0^z \left(\sum_i n_i(z') \sigma_i^{\text{diff}}(\lambda) + \sum_j n_j(z') \sigma_j^{\text{abs}}(\lambda) \right) dz'$$

24. Déterminer le coefficient d'extinction du signal au travers de l'atmosphère $Q_{\text{atm}}(\lambda, z) = \phi(\lambda, z)/\phi(\lambda, 0)$ entre le sol et l'altitude z en fonction de l'épaisseur optique $\kappa(\lambda, z)$. En déduire le coefficient d'extinction total $Q_{\text{tot}}(\lambda, z)$ pour un chemin aller et retour du laser entre le sol et l'altitude z .

Solution: $Q_{\text{atm}}(\lambda, z) = \exp(-\kappa(\lambda, z))$
 $Q_{\text{tot}} = Q_{\text{atm}}^2 = \exp(-2\kappa(\lambda, z))$

III - B Modèle troposphérique

On s'intéresse à la propagation de la lumière du laser dans la troposphère afin d'estimer l'épaisseur optique de l'atmosphère.

25. Justifier que l'on se limite à la contribution de la troposphère pour estimer l'épaisseur optique de l'atmosphère.

Solution: La troposphère représente une grande partie de la masse de l'atmosphère répartie sur 15 km environ. L'essentiel de l'extinction est donc issue de la troposphère. Sur la figure 1, on voit de plus que cette approche simplifie la modélisation.

En première approximation, la troposphère peut être modélisée par un modèle d'atmosphère adiabatique en équilibre hydrostatique.

26. Expliciter les mécanismes d'échanges énergétiques qui peuvent avoir lieu dans la troposphère et justifier l'hypothèse d'atmosphère adiabatique.

Solution: Les échanges de chaleur pour la parcelle d'air sont

- Transfert radiatif : l'atmosphère est réchauffée par le rayonnement du Soleil et de la Terre et se refroidit en émettant dans l'infrarouge . Ces échanges sont globalement faibles et peuvent être négligés à l'échelle de la parcelle explorée par le lidar,
- condensation ou évaporation d'eau : pour que ce phénomène puisse avoir lieu, il faut que l'air soit à la saturation,
- les échanges par diffusion moléculaire sont négligeables.

On peut donc en général considérer que l'évolution de la parcelle d'air en fonction de l'altitude est adiabatique.

On considère l'air comme un gaz parfait diatomique. On suppose que le faisceau laser sonde verticalement la troposphère dont la température $T(z)$ dépend de l'altitude z .

On étudie une parcelle de la troposphère de surface unitaire, située entre z et $z + dz$, de pression $p(z)$ et de concentration moléculaire $n_{\text{air}}(z)$. On donne la masse molaire de l'air $M_{\text{air}} = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et l'accélération gravitationnelle $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

27. Donner l'équation qui régit l'équilibre hydrostatique de la parcelle.

$$\text{Solution: } \frac{dp}{dz} = -g \frac{n_{\text{air}} M_{\text{air}}}{N_A}$$

28. Montrer que la température de l'air $T(z)$ décroît linéairement avec l'altitude suivant

$$\frac{dT}{dz} = \Gamma_a$$

où Γ_a est appelé gradient adiabatique.

Donner l'expression du gradient adiabatique pour l'air en fonction des données de la composition. Application numérique.

Solution: On déduit

$$\frac{7/2 R}{M_{\text{air}}} dT = -g dz,$$

$$\frac{dT}{dz} = \frac{-g M_{\text{air}}}{7/2 R} = \Gamma_a$$

Application numérique : $\Gamma_a = -9,78 \text{ K} \cdot \text{km}^{-1}$

29. Déduire de ce qui précède que la concentration moléculaire globale en gaz de l'atmosphère suit une loi de puissance en fonction de la température.

$$n_{\text{air}}(z) = n_{\text{air}}(0) \left(\frac{T(z)}{T(0)} \right)^{5/2}$$

où $n_{\text{air}}(0)$ et $T(0)$ sont respectivement les valeurs de la concentration et de la température à l'altitude $z = 0$.

Solution: Loi de Laplace : $p = p_0 \left(\frac{T}{T(0)} \right)^{7/2}$,

$$\text{Or } p = \frac{n_{\text{air}}}{N_A} RT,$$

$$n_{\text{air}}(z) = n_{\text{air}}(0) \left(\frac{T(z)}{T(0)} \right)^{5/2}.$$

30. Le nombre de molécules d'air par unité de surface N_{air} intégré sur la ligne de visée du lidar pour la totalité de l'atmosphère est donné par

$$N_{\text{air}} = \int_0^{\infty} n_{\text{air}} dz$$

Montrer qu'en prenant en compte une limite réaliste de la densité de l'air à l'infini, on obtient

$$N_{\text{air}} = n_{\text{air}}(0)H$$

où H est une hauteur caractéristique de l'atmosphère dont on donnera l'expression en fonction de R , $T(0)$, g et M_{air} . Préciser si ce résultat dépend du modèle thermodynamique de troposphère utilisé.

Solution: $N_{\text{air}} = \int_0^\infty n_{\text{air}} dz = n_{\text{air}}(0)H$
 $H = \frac{RT(0)}{gM_{\text{air}}}$

L'intégrale calculée ne dépend pas du modèle thermodynamique utilisé.

31. Application numérique : on suppose que l'atmosphère au sol est aux conditions normales de température et de pression. Commenter l'ordre de grandeur de la valeur de H obtenue.

Solution:

Application numérique : $H = 7,98 \text{ km}$

La valeur obtenue est cohérente avec la hauteur caractéristique de la troposphère qui contient l'essentiel de la masse de l'atmosphère.

III - C Extinction globale due à l'atmosphère

On considère désormais que l'extinction due à l'atmosphère est uniquement due à la diffusion moléculaire globale de l'air et à l'absorption par l'ozone. Pour étudier la concentration en ozone de l'atmosphère, on utilise deux longueurs d'onde particulières :

- $\lambda_{\text{Ch}} = 0,6 \mu\text{m}$ au maximum des bandes de Chappuis de l'ozone ;
- $\lambda_{\text{Ha}} = 0,25 \mu\text{m}$ au maximum des bandes de Hartley de l'ozone.

On définit les concentrations en molécules dans l'air $n_{\text{air}}(z)$ et en ozone $n_{\text{O}}(z)$ ainsi que la section efficace de diffusion de l'air $\sigma_{\text{air}}(\lambda)$ et la section efficace d'absorption de l'ozone $\sigma_{\text{O}}(\lambda)$.

On suppose que ces sections efficaces ne dépendent pas de l'altitude.

32. Nommer la partie du spectre électromagnétique correspondant à chacune de ces longueurs d'onde. Donner un exemple de type de laser pouvant accéder à ces longueurs d'onde.

Solution: λ_{Ch} est dans le visible tandis que λ_{Ha} se trouve dans l'ultraviolet. Pour l'étude de l'ozone, on utilise, par exemple, des laser Nd :YAG dont la longueur d'onde (1064 nm) peut être divisée par deux et par quatre par des systèmes adaptés d'optique non-linéaire.

33. Les bandes de Chappuis et de Hartley de l'ozone sont des bandes d'absorption issues de transitions associées au même phénomène physique. Déterminer, en justifiant la réponse, quel est le phénomène physique concerné.

Solution: Les bandes de Hartley sont dans l'UV : il s'agit donc de photodissociation de la molécule (on est dans l'atmosphère neutre).

34. Calculer l'épaisseur optique totale $\kappa_{\text{Ch}}^{\text{R}}$ de l'atmosphère associée à la diffusion moléculaire à λ_{Ch} , puis $\kappa_{\text{Ha}}^{\text{R}}$ à λ_{Ha} en fonction de la section efficace de diffusion Rayleigh $\sigma_{\text{R}}(\lambda)$, de la concentration en air $n_{\text{air}}(0)$ de l'atmosphère à $z = 0$ et de H . Applications numériques avec $\sigma_{\text{R}}(\lambda) = 4 \times 10^{-32} \times \lambda^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{molécule}^{-1}$ avec λ longueur d'onde exprimée en μm . On suppose que l'atmosphère au niveau du sol est aux conditions normales de température et de pression.

Solution: $n_{\text{air}}(0) = \frac{P_{\text{atm}}}{k_{\text{B}} T(0)} = 2,7 \times 10^{25} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3}$.
 $\sigma_{\text{R}}(\lambda_{\text{Ch}}) = 3,08 \times 10^{-31} \text{ m}^2$; $\sigma_{\text{R}}(\lambda_{\text{Ha}}) = 1,02 \times 10^{-29} \text{ m}^2$
 $N_{\text{air}} = H n_{\text{air}}(0) = 2,16 \times 10^{29} \text{ m}^{-2}$
 $\kappa_{\text{Ch}}^{\text{R}} = 0,063$; $\kappa_{\text{Ha}}^{\text{R}} = 2,16$

35. On suppose que l'ozone, composant minoritaire de l'atmosphère, est à l'équilibre avec les autres composants moléculaires de l'air et que sa concentration suit la même évolution en fonction de l'altitude que celle de l'air.

Calculer l'épaisseur optique totale de l'atmosphère associée à l'absorption par l'ozone $\kappa_{\text{Ch}}^{\text{O}}$ à λ_{Ch} et $\kappa_{\text{Ha}}^{\text{O}}$ à λ_{Ha} en fonction de la section efficace d'absorption de l'ozone $\sigma_{\text{O}}(\lambda)$, de la concentration en ozone $n_{\text{O}}(0)$ de l'atmosphère à $z = 0$ et de H . En comparant avec les résultats précédents, expliquer pourquoi il est possible de mesurer la concentration en ozone dans l'atmosphère.

Applications numériques : $n_{\text{O}}(0) = 1 \times 10^{19} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3}$;
bandes de Chappuis : $\sigma_{\text{O}}(\lambda_{\text{Ch}}) = 5 \times 10^{-25} \text{ m}^2 \cdot \text{molécule}^{-1}$;
bandes de Hartley : $\sigma_{\text{O}}(\lambda_{\text{Ha}}) = 1,1 \times 10^{-21} \text{ m}^2 \cdot \text{molécule}^{-1}$.

Solution: $N_{\text{O}} = n_{\text{O}}(0)H = 7,9 \times 10^{22} \text{ m}^{-2}$
 $\kappa_{\text{Ch}}^{\text{O}} = 0,04$; $\kappa_{\text{Ha}}^{\text{O}} = 81$

L'absorption de l'ozone varie beaucoup suivant la longueur d'onde alors que la diffusion Rayleigh des composants principaux de l'atmosphère varie dans une moindre amplitude. Il doit être possible d'isoler l'effet de l'ozone en effectuant des mesures différentielles. D'autre part, la bande de Hartley est plus favorable pour cette mesure car l'absorption de l'ozone y est plus forte.

IV Equation bilan de la propagation du signal

Dans la suite de la composition, on ne prend pas en compte les caractéristiques de l'instrumentation installée sur le télescope. On pose notamment $\eta = 1$ et $\tau \gg \tau_m$. On considère que le lidar pointe au zénith et détecte un signal provenant de l'atmosphère à l'altitude z .

L'équation lidar devient

$$S(\lambda, z) = S_0(\lambda) \frac{c\tau}{2} \frac{A}{z^2} G(z) \beta(\lambda, z) Q_{\text{tot}}(\lambda, z)$$

où A est la surface du télescope.

36. En reprenant le schéma de la figure 2, décrire en quelques lignes le principe de fonctionnement d'un télescope et donner les avantages de cet instrument par rapport à une lunette.

Solution: Fonctionnement d'un télescope. Les avantages par rapport à une lunette est que la lumière se réfléchit sur une surface au lieu de traverser de la matière transparente. De plus, la surface collectrice est plus grande par rapport à la taille de l'instrument.

Le coefficient géométrique $G(z)$ est une conséquence de la configuration expérimentale. En effet, le laser est placé à côté du télescope : la zone détectée par le télescope est différente de celle illuminée par le laser. Ce coefficient est appelé aussi fonction de recouvrement, il représente la proposition de zone illuminée par le laser détectée par le télescope et vaut 1 lorsque toute la zone illuminée est détectée. Le lidar n'effectue des mesures fiables et indépendantes de l'altitude que lorsque la fonction de recouvrement est proche de 1.

37. Pour la mesure de concentration en ozone, on utilise un laser dont le faisceau a un diamètre $D_L = 20$ cm ayant un angle de divergence $\chi_L = 10^{-4}$ rad par rapport à la ligne de visée et un télescope de diamètre $D_T = 40$ cm associé à un système de détection donnant un champ de vue correspondant à un angle de divergence $\chi_T = 1,1$ mrad par rapport à la ligne de visée. Les deux instruments pointent le zénith. Déterminer s'il est possible de trouver une configuration où ces instruments pourront sonder la couche d'ozone troposphérique entre 200 m et 2 km avec une fonction de recouvrement égale à 1. Un schéma explicatif est demandé.

Solution: La fonction de recouvrement est proche de 1 lorsque le champ de vue du télescope englobe celui du laser. Dans le cas le plus favorable où le laser est accolé au télescope, la distance entre le centre du champ du télescope et celui du laser est 30 cm. La divergence des deux instruments doit compenser cette différence. L'altitude minimale permettant le sondage est donnée par l'équation $z_{\min} = \frac{D_L}{\chi_T - \chi_L}$. On obtient ainsi : $z_{\min} = 200$ m. Le sondage est donc possible si on accole le laser au télescope. Cependant, la réalisation d'un tel montage doit être difficile à mettre en oeuvre.

38. Pour des mesures à faible distance, il est possible, par un montage optique approprié, d'aligner le faisceau laser avec le centre du télescope. Décrire la limitation géométrique présente dans cette configuration.

Solution: La limitation géométrique vient de l'occultation par le miroir secondaire du télescope.

Après avoir isolé soigneusement le signal issu du lidar de toute autre contribution de l'atmosphère, les utilisateurs de lidar présentent les résultats de leur campagne d'observation à la longueur d'onde λ sous la forme d'un graphique représentant la fonction

$$R(\lambda, z) = \ln \left(\frac{S(\lambda, z) z^2}{S_0(\lambda) A} \right)$$

39. A partir des résultats des questions de cette partie et des parties précédentes, exprimer de $R(\lambda, z)$ en fonction de z pour une longueur d'onde fixée dans le cas d'une atmosphère adiabatique. Comparer le résultat obtenu à la courbe de la figure 4.

Solution: $R(\lambda, z) = \ln \left(\frac{S(\lambda, z) z^2}{S_0(\lambda) A} \right)$

$$R(\lambda, z) = \ln \left(\frac{c\tau}{2} G(z) \beta(\lambda, z) Q_{\text{tot}}(\lambda, z) \right)$$

$$R(\lambda, z) = \ln \left(\frac{c\tau}{2} n_{\text{air}}(0) \frac{d\sigma_{\text{air}}}{d\Omega}(\theta = \pi, \lambda) \right) + \ln(G(z)) + \frac{5}{2} \ln \left(\frac{T(0) + \Gamma_a z}{T(0)} \right)$$

$$- 2 \sigma_{\text{air}}(\lambda) \int_0^z n_{\text{air}}(z') dz' - 2 \sigma_{\text{O}}(\lambda) \int_0^z n_{\text{O}}(z') dz'$$

$R(\lambda, z)$ décroît en fonction de z du fait de la décroissance de la concentration des molécules atmosphériques (terme de rétrodiffusion) ; à cela s'ajoute une décroissance plus modérée à cause de l'extinction.

A courte distance, la fonction de recouvrement compense cette décroissance.

Au final, l'allure de $R(\lambda, z)$ en fonction de z est celle de la figure 4.

V Principe du lidar DIAL

Pour mesurer un profil vertical de concentration en ozone dans la basse troposphère par une méthode différentielle, on utilise un lidar DIAL qui émet dans l'UV alternativement deux faisceaux à des longueurs d'onde très proches. La première longueur d'onde, λ_1 , est choisie de manière à être absorbée par l'ozone de l'atmosphère, tandis que la deuxième, λ_2 , est très peu absorbée.

40. On admet que la différence entre les deux longueurs d'onde est suffisamment faible pour que l'efficacité globale du lidar soit identique pour les deux mesures et pour que les termes de diffusion par les molécules atmosphériques majoritaires soient les mêmes pour les deux longueurs d'onde. A partir de l'expression donnée en préambule de la partie IV, déterminer le rapport $S(\lambda_2, z)/S(\lambda_1, z)$ des signaux lidar reçus aux deux longueurs

d'onde pour une altitude z en fonction de la différence des sections efficaces d'absorption de l'ozone, $\Delta\sigma_{\text{O}} = \sigma_{\text{O}}(\lambda_2) - \sigma_{\text{O}}(\lambda_1)$, et de la concentration moléculaire en ozone $n_{\text{O}}(z)$.

$$\begin{aligned} \text{Solution: } \frac{S(\lambda_2, z)}{S(\lambda_1, z)} &= \frac{s_0(\lambda_2)}{s_0(\lambda_1)} \frac{\beta(\lambda_2, z)}{\beta(\lambda_1, z)} \exp(-2(\kappa(\lambda_2, z) - \kappa(\lambda_1, z))) \\ &\simeq \frac{s_0(\lambda_2)}{s_0(\lambda_1)} \exp(-2(\sigma_{\text{O}}(\lambda_2) - \sigma_{\text{O}}(\lambda_1)) \int_0^z n_{\text{O}}(z') dz') = \frac{s_0(\lambda_2)}{s_0(\lambda_1)} \exp(-2\Delta\sigma_{\text{O}} \int_0^z n_{\text{O}}(z') dz') \end{aligned}$$

41. Décrire comment, à partir des données observationnelles sur ces deux longueurs d'onde et de la connaissance des sections efficaces de l'ozone, il est possible d'extraire la concentration d'ozone à l'altitude z .

$$\begin{aligned} \text{Solution: } &\text{Il faut prendre la dérivée du logarithme du rapport } \frac{S(\lambda_2, z)}{S(\lambda_1, z)}. \\ n_{\text{O}}(z) &= -\frac{1}{2\Delta\sigma_{\text{O}}} \left(\frac{d \ln S(\lambda_2, z)}{dz} - \frac{d \ln S(\lambda_1, z)}{dz} \right) \end{aligned}$$

Dans le cadre d'une campagne d'observation de l'ozone anthropogénique, un lidar DIAL est déployé pour sonder l'ozone à une altitude $z_{\text{O}} = 1$ km aux longueurs d'onde $\lambda_1 = 266$ nm et $\lambda_2 = 289$ nm. Les mesures, obtenues avec une incertitude relative de 5%, donnent les résultats suivants

$$\begin{aligned} \frac{d \ln S(\lambda_1, z_{\text{O}})}{dz} &= -1,85 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1} \\ \frac{d \ln S(\lambda_2, z_{\text{O}})}{dz} &= -3,50 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

Les sections efficaces de l'ozone à ces longueurs d'onde sont tabulées dans la littérature

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{O}}(\lambda_1) &= 940 \times 10^{-20} \text{ cm}^2 \cdot \text{molécule}^{-1} \\ \sigma_{\text{O}}(\lambda_2) &= 150 \times 10^{-20} \text{ cm}^2 \cdot \text{molécule}^{-1} \end{aligned}$$

42. En déduire la concentration moléculaire en ozone $n_{\text{O}}(z_{\text{O}})$ à l'altitude $z_{\text{O}} = 1$ km ainsi que l'incertitude associée.

$$\text{Solution: } n_{\text{O}}(z_{\text{O}}) = 9,5 \times 10^{17} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3} \text{ à } 5\% \text{ de précision.}$$

43. En supposant que la concentration d'ozone suive la même évolution que la concentration de l'air en fonction de l'altitude, en déduire la concentration d'ozone $n_{\text{O}}(0)$ au sol. Application numérique : exprimer $n_{\text{O}}(0)$ en molécules $\cdot \text{m}^{-3}$, puis en partie par million (ppm) dans l'atmosphère.

$$\begin{aligned} \text{Solution: } n_{\text{O}}(z_{\text{O}}) &= 9,5 \times 10^{17} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3}. \\ \text{Au sol, on a :} \\ n_{\text{O}}(0) &= n_{\text{O}}(z_{\text{O}}) \left(\frac{T(0)}{T(z_{\text{O}})} \right)^{5/2} \quad n_{\text{O}}(0) = 1,04 \times 10^{18} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3} \\ n_{\text{air}}(0) &= 2,7 \times 10^{25} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3} \\ \text{Donc on a : } n_{\text{O}}(0) &= 0,0385 \text{ ppm} \end{aligned}$$

44. Le seuil de protection de la santé correspond à une concentration massique de l’ozone au niveau du sol : $n_{\text{mO}}(0) = 120 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$. Déterminer si la concentration d’ozone mesurée est inférieure à ce seuil. On donne la masse molaire de l’ozone $M_{\text{O}} = 48 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$\text{Solution: } n_{\text{O}}(0) = 1,04 \times 10^{18} \text{ molécules} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$n_{\text{O}}(0) = \frac{1,04 \times 10^{18} \times 48 \times 10^{-3}}{6,022 \times 10^{23}} = 83 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-3}$$

VI Détection et mesure de la concentration de l’ozone anthropogénique

En septembre 2014, des équipes de chercheurs de l’Université Pierre et Marie Curie, du Muséum d’Histoire Naturelle et de l’Université du Littoral Côte d’Opale ont effectué des mesures de l’évolution de la concentration de l’ozone anthropogénique dans la région parisienne à l’aide de plusieurs techniques complémentaires de lidar, dont un lidar DIAL et un lidar permettant la mesure de la vitesse du vent.

Les mesures obtenues lors de la campagne de deux jours, les 9 et 10 septembre sont présentées dans un article : A. Klein *et al.*, Atmospheric Environment, **197**, 92-102 (2019). Les trois figures 7, 8 et 9 ont été élaborées à partir des figures de cet article.

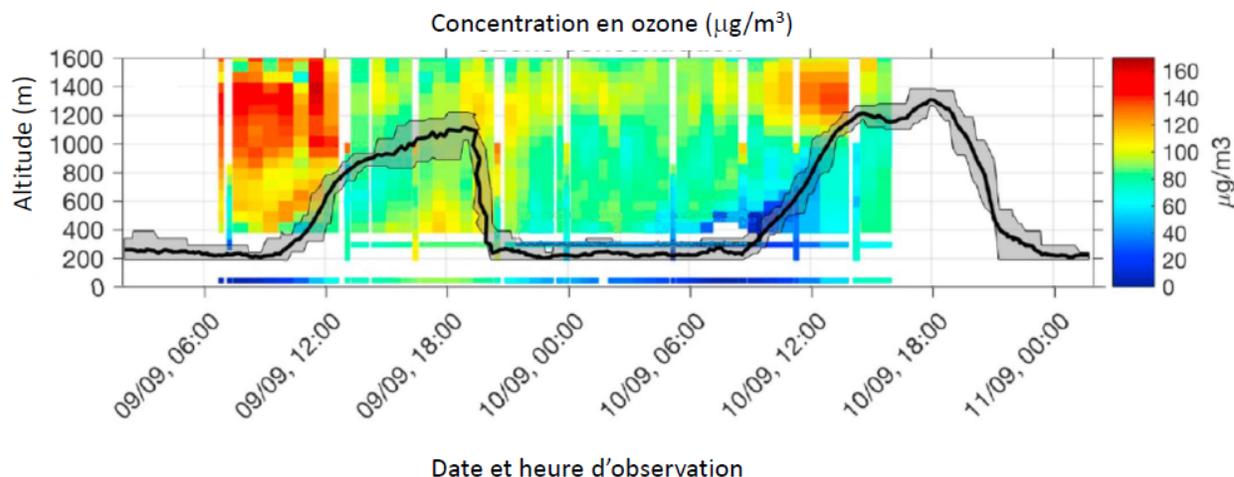


FIGURE 7 – Evolution de la concentration de l’ozone en fonction de l’altitude.

Sur les trois graphiques, la courbe noire représente la hauteur de la couche limite atmosphérique que les auteurs ont estimée. Les auteurs écrivent dans l’article qu’il est possible d’estimer la hauteur de la couche limite atmosphérique à partir du maximum de variance de la vitesse verticale du vent. La zone grise autour de la courbe est une estimation de l’incertitude pour la valeur déterminée de la hauteur.

45. Déterminer le phénomène physique qui permet à un lidar de mesurer la vitesse du vent. Expliciter le principe de mesure ainsi que les paramètres utilisés. Proposer une technique

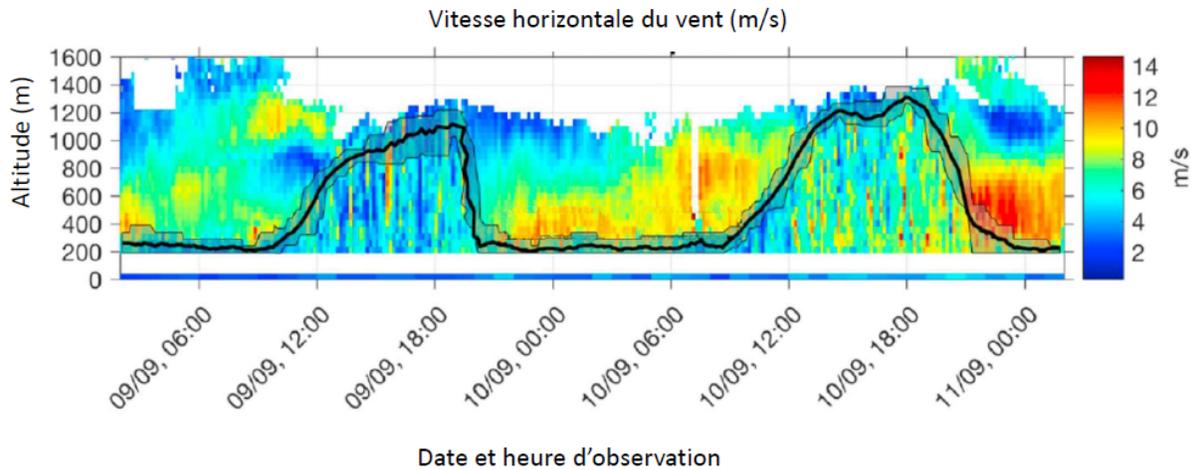


FIGURE 8 – Vitesse horizontale du vent dans la direction où elle est maximale en fonction de l'altitude.

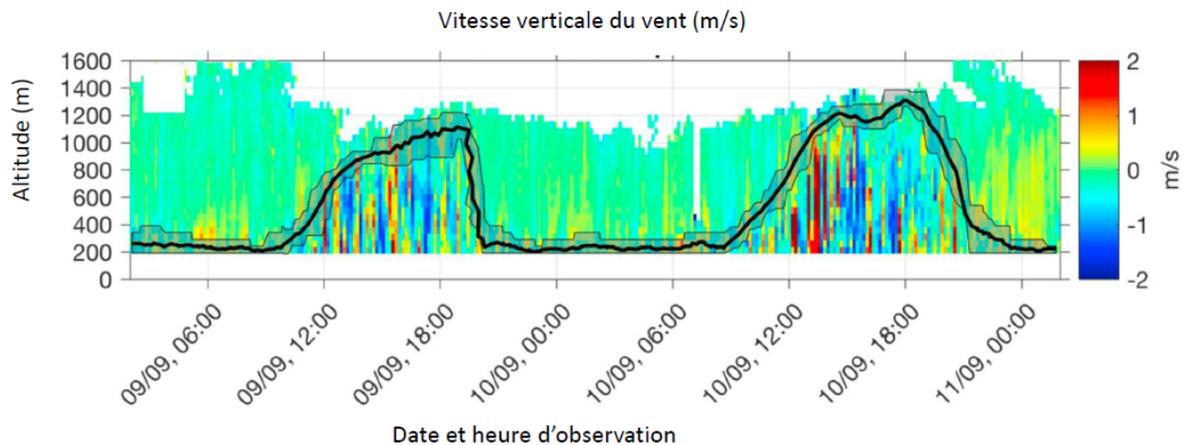


FIGURE 9 – Vitesse verticale du vent en fonction de l'altitude.

permettant d'obtenir les composantes de la vitesse dans les trois dimensions avec un seul lidar.

Solution: La vitesse du vent est mesurée par effet Doppler. La longueur d'onde du lidar est déplacée par la vitesse du vent (c'est-à-dire des molécules atmosphériques) le long de la ligne de visée et la mesure de ce déplacement s'effectue par une technique hétérodyne.

Pour avoir les composantes du vent dans les trois dimensions, le lidar effectue un balayage systématique du ciel suivant des mouvements coniques.

46. Expliquer en quoi consiste le phénomène de couche limite atmosphérique. A partir des figures 8 et 9, caractériser qualitativement la structure de l'écoulement de l'air et com-

menter la technique utilisée par les auteurs pour estimer la hauteur de la couche limite.

Solution: La couche limite atmosphérique délimite la zone où la structure du sol influence l'écoulement du vent par la viscosité. Au-dessus de la couche limite, l'écoulement du vent est de type laminaire dont la structure est décrite par des mouvements à grande échelle et avec une certaine stabilité sur des échelles de temps de l'ordre de la journée. Dans les figures obtenues, la structure du vent dans la couche limite varie à très petite échelle spatiale et temporelle, ce qui correspond à un régime turbulent. Le maximum de variance de la vitesse du vent est donc un bon estimateur pour la détermination des caractéristiques de la couche limite.

47. La viscosité de l'air a pour valeur usuelle : $\mu_{\text{air}} = 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Déterminer si cette information est cohérente avec les résultats de l'article.

Solution: On peut estimer la longueur caractéristique de la couche limite sur les courbes, $L \simeq 1000 \text{ m}$ et la vitesse caractéristique du vent, $U \simeq 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à partir des graphiques. Le nombre de Reynolds vaut alors $Re = \frac{LU}{\mu_{\text{air}}} \simeq 10^9 \gg 1$. On est effectivement dans un régime turbulent.

48. Décrire le phénomène observé en figure 7 concernant la structure de la couche d'ozone anthropogénique et son évolution en lien avec les activités humaines et les phénomènes atmosphériques.

Solution: La couche d'ozone se construit en conséquence des activités humaines pendant la journée. Elle est diffusée par les vents turbulents lorsque la couche limite atteint la hauteur de la couche d'ozone. La couche limite a donc un rôle important dans la diffusion de la pollution.